



CONVECÇÃO NATURAL NO INTERIOR DE CAVIDADES : REGIME QUASE ESTACIONÁRIO.

Paulo Vatauvuk

Marcos M. Pimenta

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo,

av. prof. Mello de Moraes, 2231, São Paulo, S.P. CEP 05508-900

Resumo. *Alguns problemas de convecção natural no interior de cavidades admitem auto-similaridade para regime transitório. Os trabalhos anteriores sugerem a ocorrência deste regime, denominado quase estacionário, quando as condições de contorno são de fluxo de calor constante ou temperaturas impostas que aumentam linearmente com o tempo. Este regime consiste em uma situação na qual o campo de temperaturas tem variação uniforme e linear com o tempo e o campo de velocidades é permanente. O objetivo deste trabalho foi a constatação deste regime no caso do aquecimento de um líquido contido no interior de um cilindro vertical, submetido a um fluxo constante de calor nas paredes laterais. Neste trabalho foi apresentada a formulação do regime quase estacionário, com o sistema de equações sendo resolvido numericamente. A partir dos resultados, é observado que após um intervalo de tempo suficiente, os perfis de velocidade e de temperatura vão de fato se aproximando dos resultados do regime quase estacionário.*

Palavras-Chave: *Convecção natural, Métodos numéricos, Regime transitório.*

1. INTRODUÇÃO

A convecção natural no interior de espaços confinados é uma área da transferência de calor com importantes aplicações industriais (Vatauvuk & Pimenta, 1995) e residenciais (De-Césaro-Olivetski et al, 1997). Na análise destes problemas, uma grande simplificação ocorre quando pode ser utilizada a hipótese de regime permanente. Outra simplificação ocorre quando o problema admite auto-similaridade, como é o caso do regime quase estacionário. Neste, as temperaturas aumentam linearmente com o tempo mas as velocidades e os gradientes espaciais se tornam constantes. Segundo Raithby & Hollands (1985), este regime ocorre em cavidades com geometria diversa, com condições de contorno de fluxo de calor constante ou temperatura variando linearmente. Apesar de seu interesse prático e teórico este regime foi pouco estudado na literatura. Podemos citar os trabalhos de Schwind & Vliet (1964), Evans *et al* (1968) e Hess & Miller (1979), como importantes para este estudo.

O objetivo deste trabalho é investigar a ocorrência deste regime de escoamento estudando um caso específico que é o escoamento no interior de um cilindro vertical, com um fluxo

uniforme de calor, \dot{q}_w'' , na parede lateral. Iremos resolver numericamente o escoamento nos regimes transitório e quase estacionário e fazer comparações. O problema analisado está apresentado de forma esquemática na Figura 1.

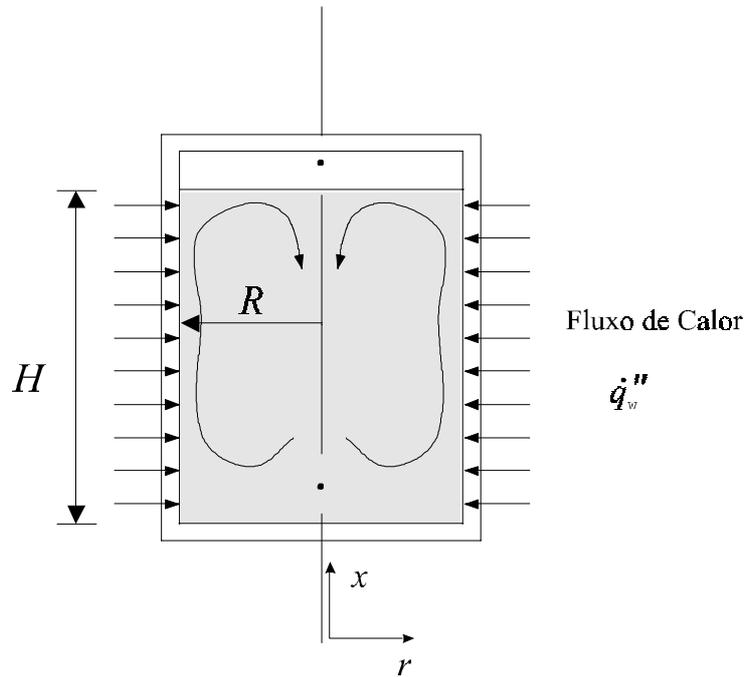


Figura 1 - Descrição Esquemática do Problema.

2. FORMULAÇÃO

2.1 Regime Transitório

Iremos supor escoamento bidimensional axi-simétrico e incompressível de um fluido newtoniano. Se as variações de densidade forem pequenas é válida a aproximação de Boussinesq que será utilizada. Assim, as equações da continuidade, de balanço de quantidade de movimento e de energia aplicadas ao problema podem ser colocadas na forma geral da Eq. (1).

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho U\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r V\phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + S_\phi \quad (1)$$

De acordo com a Tabela 1, a variável ϕ , o parâmetro Γ_ϕ e o termo S_ϕ assumem diferentes significados dependendo da equação que está sendo representada.

A condição inicial que será estudada é a de fluido estacionário a uma temperatura uniforme T_i , sendo T_0 uma temperatura de referência.

As condições de contorno para a velocidade U são de velocidade nula em todo o contorno, exceto na linha de simetria onde temos uma condição de gradiente nulo. Para a velocidade V as condições de contorno são de velocidade nula em todo o contorno, exceto no topo onde temos a condição de tensão de cisalhamento nula. Para as temperaturas, as

condições são de fluxo de calor nulo em todo o contorno, exceto na parede lateral onde temos um fluxo uniforme de calor \dot{q}_w'' .

Tabela 1 - Variáveis, parâmetros e termos da Eq. (1) na formulação para regime transitório.

Equação	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuidade	1	0	0
Movimento Direção x	U	μ	$-\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g \beta (T - T_0)$
Movimento Direção r	V	μ	$-\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{\mu V}{r^2}$
Energia	T	$\frac{k}{c_p}$	0

2.2. Regime Quase Estacionário

No regime quase estacionário a variação de temperatura do fluido com o tempo é uniforme e constante, assim o campo de temperaturas pode ser expresso por:

$$T(x, r, t) = T_e(x, r) + \Omega t + T_i \quad (2)$$

onde T_e não varia com o tempo e Ω é uma constante que pode ser determinada fazendo um balanço térmico, que resulta em:

$$\Omega = \frac{A_l \dot{q}_w''}{\mathcal{V} \rho c_p} \quad (3)$$

Na equação acima A_l representa a área lateral da região ocupada pelo fluido e \mathcal{V} o volume da mesma.

Substituindo a Eq. (2) na equação de balanço de energia térmica obtemos:

$$\rho c_p \left(U \frac{\partial T_e}{\partial x} + V \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T_e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_e}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) - \rho c_p \Omega \quad (4)$$

Assim, verificamos que o equacionamento para a temperatura T_e é equivalente ao de um problema em regime permanente com uma fonte volumétrica uniforme de calor (sorvedouro). As outras equações que compõem a formulação são as mesmas do caso transitório, porém sem os termos relativos a variação com o tempo, uma vez que no regime quase estacionário apenas as temperaturas variam com o tempo. Na equação para a velocidade U é necessário eliminar a influência da variação de temperatura com o tempo o que pode ser feito tomando como temperatura de referência $T_0 = \Omega t$. Desta forma as equações diferenciais que constituem a formulação podem ser expressas na forma da Eq. (5), com a simbologia da Tabela 2.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r V\phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + S_\phi \quad (5)$$

As condições de contorno para o caso quase estacionário foram as mesmas que as do caso transitório.

Tabela 2 - Variáveis, parâmetros e termos da Eq. (5) na formulação do regime quase estacionário.

Equação	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuidade	1	0	0
Movimento Direção x	U	μ	$-\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g \beta (T_e - T_0)$
Movimento Direção r	V	μ	$-\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{\mu V}{r^2}$
Energia	T_e	$\frac{k}{c_p}$	$-\rho \Omega$

3. METODOLOGIA

O método de discretização utilizado foi o de volumes finitos. Os fluxos difusivo e convectivo nas faces dos volumes foram calculados pelo esquema da lei de potências e o acoplamento entre pressões e velocidades foi feito utilizando o procedimento SIMPLE (Patankar, 1980). O regime transitório foi implementado utilizando um esquema totalmente implícito. O critério de convergência foi o máximo resíduo permitido na equação da continuidade. Inicialmente o programa foi testado intensivamente na solução de casos teste (“benchmarks”) clássicos: escoamento em desenvolvimento num tubo, cavidade retangular com tampa móvel e convecção natural transitória em cavidade retangular. Nestes testes foram encontrados resultados em bom acordo com outros trabalhos da literatura.

4. RESULTADOS

Foram feitas simulações para o regime transitório e para o regime quase estacionário. Foram utilizados dados próximos aos do experimento de Hess & Miller (1979) para $\dot{q}_w'' = 250$ W/m². Foi considerado um recipiente com altura, $H=0,228$ m, e raio, $R=0,12$ m. As propriedades físicas utilizadas foram as tabeladas para água à 27 °C. Estas condições correspondem a um número de Rayleigh de $Ra^* = 2,3 \times 10^{10}$, onde $Ra^* = g \beta \dot{q}_w'' H^4 / (k \alpha \nu)$ com $\alpha = k / (\rho c_p)$ e $\nu = \mu / \rho$. As simulações foram feitas utilizando uma malha não uniforme com 46 nós na direção x e 40 nós na direção r . Nas simulações em regime transitório foi utilizado um intervalo de tempo $\Delta t = 5$ s. A condição de convergência utilizada para cada passo no tempo foi de um resíduo máximo de 10^{-11} kg/s na equação da continuidade, a mesma condição

foi utilizada no caso quase estacionário. Outros parâmetros da resolução numérica podem ser obtidos em Vatavuk (1996), onde são apresentadas também uma série de outras simulações variando o número de nós, o Δt e a condição de convergência, cujos resultados mostram que os valores aqui utilizados permitem que seja obtida uma precisão satisfatória para os objetivos deste trabalho.

A simulação para regime transitório foi feita até o instante de tempo $t=10$ h. No processo de resolução, o número de iterações para atingir a convergência foi inicialmente cerca de 70, aumentando gradualmente até atingir cerca de 90 iterações no instante $t=70$ s, diminuindo até atingir cerca de 40 iterações no instante $t=530$ s, sendo este valor mantido até o instante final da resolução.

Na Figura 2 temos o campo de temperatura no instante $t=1$ h. Podemos verificar que, excetuando a região da camada limite lateral e uma região próxima do topo, a temperatura varia muito pouco com o raio e aumenta com a altura. Este tipo de configuração é denominado de estratificação térmica e é uma das características do problema, observada nos trabalhos clássicos de Schwind & Vliet (1964) e Evans *et al* (1968).

A evolução da temperatura com o tempo pode ser observada na Figura 3 onde temos os perfis de temperatura no eixo de simetria em vários instantes de tempo. Podemos verificar que no instante de tempo $t=2$ min apenas a região próxima ao topo tem a temperatura modificada. Nos instantes subsequentes, a alteração de temperatura vai se estendendo para as regiões inferiores. Podemos verificar também que o perfil de temperaturas tem variação quase uniforme entre os instantes de tempo $t=1$ h e $t=3$ h, o que é uma das características do regime quase estacionário.

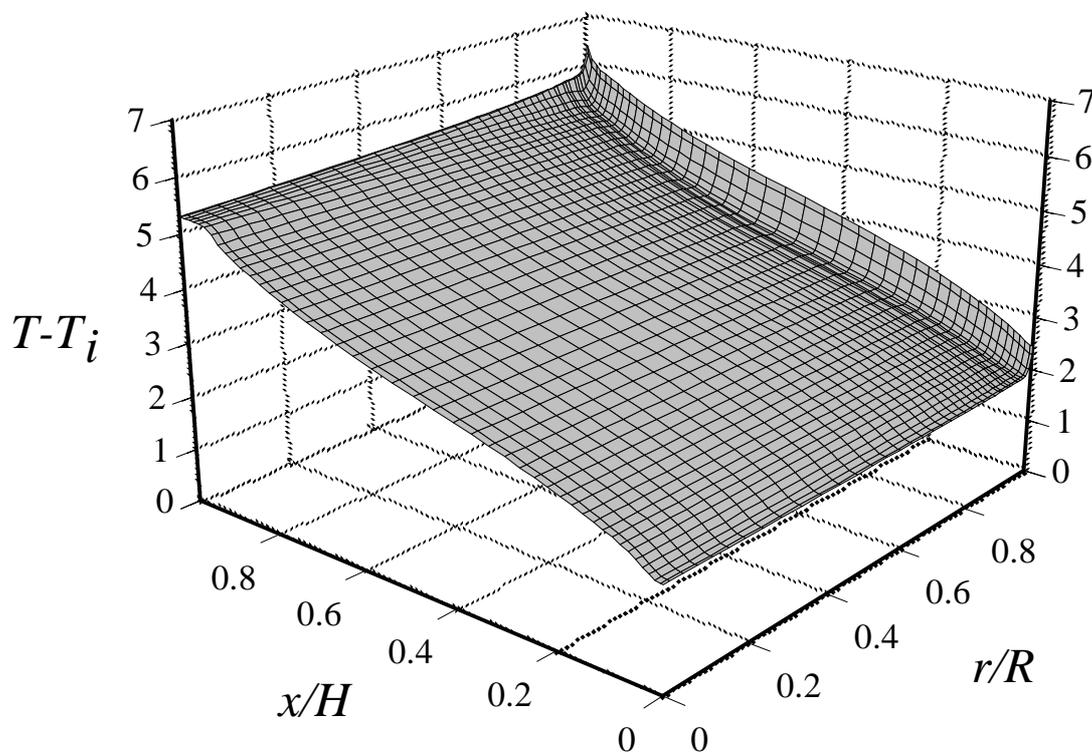


Figura 2 - Campo de temperaturas no instante $t=1$ h.

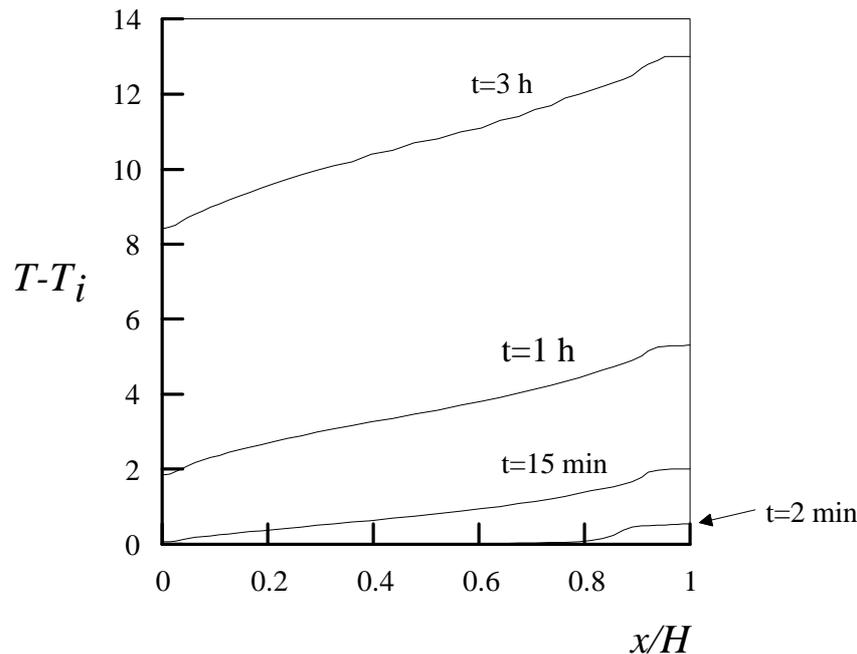


Figura 3 - Perfil vertical de temperaturas em $r=0$, para vários instantes de tempo.

A lenta descida da camada estratificada foi verificada por Schwind & Vliet (1964) e é devido ao acúmulo de líquido aquecido na região superior. Logo que o aquecimento se inicia, forma-se uma camada de líquido com velocidade ascendente junto às paredes verticais. O escoamento na camada limite é desviado quando encontra a superfície do líquido e assume direção horizontal acompanhando a superfície. O fluido aquecido é levado, pelas forças de empuxo, a ocupar a região superior do reservatório dando origem a camada estratificada. A medida que o tempo passa o fluido que escoar na camada limite vai se acumulando na região superior e a região estratificada vai ocupando uma porção cada vez maior do recipiente. Esta descrição do escoamento está de acordo com os vetores velocidade obtidos nas simulações e que são apresentados na Figura 4, para $t=1$ h. Pode-se observar também nesta figura que fora da camada limite as velocidades do escoamento são baixas e tem-se praticamente um escoamento pistonado em direção ao fundo.

Na Figura 5 temos os perfis de velocidade obtidos na simulação para regime transitório nos instantes de tempo 1, 2, 5 e 10 horas após o início do aquecimento. Pode-se verificar que nos instantes iniciais as velocidades são mais elevadas e gradualmente vão diminuindo. Mas, mesmo após 5 horas de aquecimento ainda existe uma pequena variação de velocidades. Estes resultados mostram a dificuldade em se detectar o regime quase estacionário. No trabalho de Hess & Miller (1979), o tempo para obter o regime quase estacionário foi estimado em 1 hora. Os resultados aqui obtidos mostram que este tempo é muito mais elevado. Observamos que os perfis tem uma variação muito acentuada nos instantes iniciais do aquecimento e após cerca de 1 hora a variação dos perfis continua ocorrendo mas num grau bem menor, o que poderia levar um observador a concluir que o regime quase estacionário foi atingido.

Na resolução do regime quase estacionário foram necessárias 22390 iterações para atingir a mesma condição de convergência utilizada na simulação para regime transitório. Os resultados para este regime também estão indicados na Figura 5. Nesta figura podemos verificar que os perfis de velocidade da simulação com regime transitório se aproximam

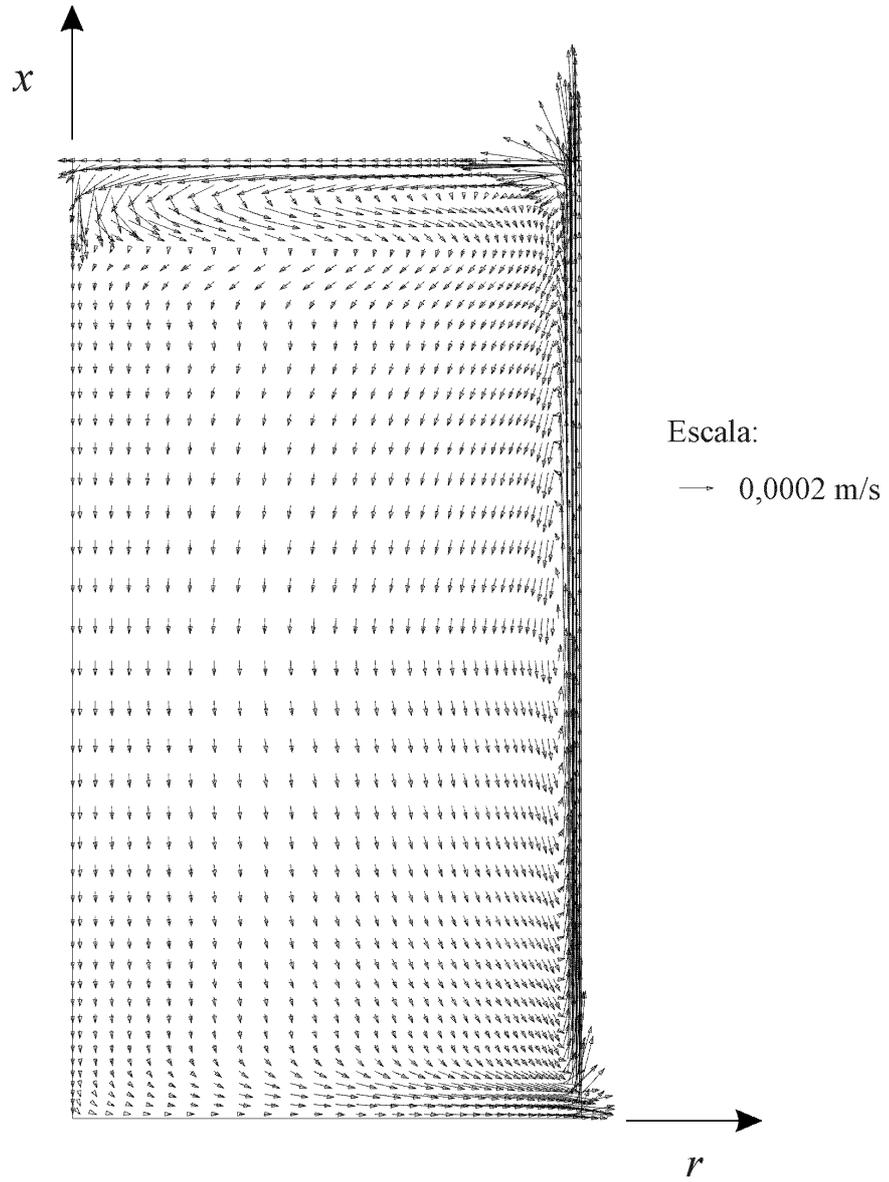


Figura 4 - Vetores velocidade no instante $t=1$ h.

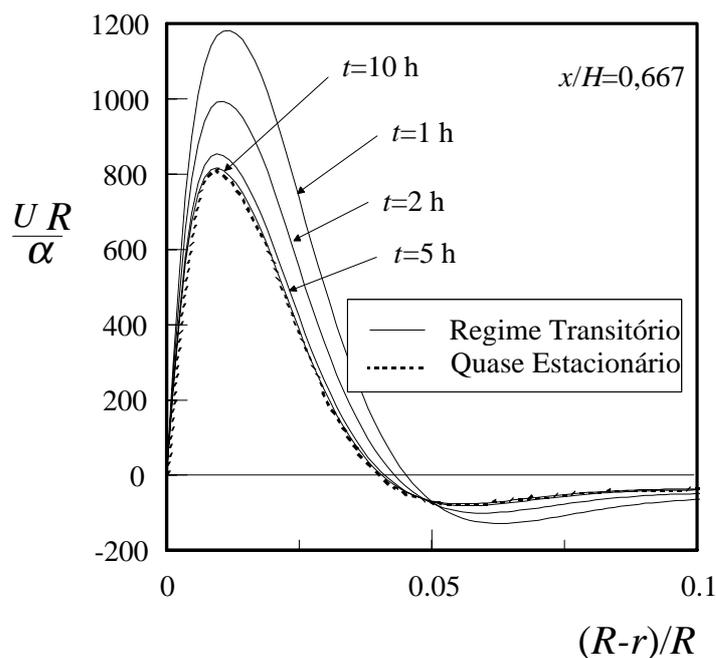


Figura 5 - Perfis de velocidade obtidos nas simulações.

gradualmente do perfil quase estacionário e para $t=10$ horas os perfis de velocidade são muito semelhantes.

Estes resultados mostram que após um intervalo de tempo suficientemente elevado ocorre o regime quase estacionário, cuja formulação foi apresentada anteriormente. Os resultados para regime quase estacionário podem ser utilizados ao invés dos resultados para regime transitório dependendo do instante de tempo t e da margem de erro aceitável. Os resultados da Figura 5 mostram que, para $t=2$ horas a utilização dos resultados para regime quase estacionário acarreta em erros de até 20% nas velocidades, em 5 horas o erro passa a ser de cerca de 5% e em 10 horas o erro é da ordem de 0,5%.

4. CONCLUSÕES

O regime quase permanente foi formulado e resolvido numericamente. Foi feita uma comparação entre simulações para regime transitório e regime quase estacionário. Os resultados mostram que o regime quase estacionário ocorre após um intervalo de tempo suficientemente elevado, que é bem superior ao previsto em trabalhos anteriores. Os resultados para o regime quase estacionário podem ser utilizados para fazer estimativas dependendo do tempo decorrido do início do aquecimento e da margem de erro aceitável.

REFERÊNCIAS

De-Césaro-Oliveski, R., Krenzinger, A., Vielmo, H. A. & Prieb, C. W. M., 1997, Análise numérico-experimental da distribuição de temperatura em um reservatório de água quente, Anais do XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (em CD-ROM), Dezembro 8-12, Bauru.

- Evans, L.B., Reid, R. C. & Drake, E. M., 1968, Transient natural convection in a vertical cylinder, *AIChE Journal*, vol.14, n.2, pp.251-259.
- Hess, C.F. & Miller, C.W., 1979, Natural convection in a vertical cylinder subject to constant heat flux, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.22, pp.421-430.
- Patankar, S.V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Co., Washington.
- Raithby, G.D. & Hollands, K.G.T., 1985, Natural Convection, in *Handbook of Heat Transfer Fundamentals*, eds W. N. Rohsenow, J. P. Hartnet & E. N. Ganic, McGraw Hill Book Co., New York.
- Schwind, R.G. & Vliet, G.C., 1964, Observations and interpretations of natural convection and stratification in vessels. *Proceedings of the 1964 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute*, Palo Alto, pp. 51-68.
- Vatavuk, P., 1996, Convecção natural transitória no interior de um recipiente cilíndrico vertical, Tese de Doutorado, Escola Politécnica da USP, São Paulo, Brasil.
- Vatavuk, P. & Pimenta, M. M., 1995, Convecção natural em regime transitório no interior de um recipiente cilíndrico vertical. *Anais do XIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (em CD-ROM)*, Dezembro 12-15, Belo Horizonte.

NATURAL CONVECTION INSIDE CAVITIES: QUASI STEADY REGIME.

Abstract. *Some natural convection problems inside cavities allow self similarity solutions for transient flow. Previous works suggest the occurrence of this regime, named quasi steady, when the boundary conditions are constant heat flow or uniform linear increase of temperature. In this regime the temperature varies uniform and linearly with time and the velocity field is steady. The objective of this work was to study this regime in the problem of the heating of a liquid inside a vertical cylinder subjected to a constant heat flux in the lateral walls. In this work the formulation of quasi steady regime is presented and the equations are solved numerically. In the results it is seen that, after a sufficiently long time interval, the temperature and velocity fields tend to the ones of the quasi steady regime.*

Key- Words: *Natural convection, Numerical methods, Transient regime.*